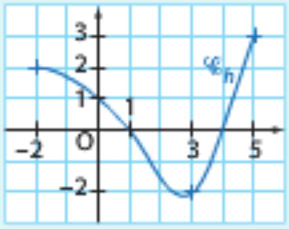
AP SOUTIEN :
« Déterminer l'image d'un nombre par une fonction »

81 **Exercice test**

Les trois fonctions f, g et h sont définies par :

-

x	-1	3	4
$f(x)$	3	2	-5

- 

- $g(x) = 3(7 - x)^2$

Déterminer l'image de 3 par chaque fonction.

Appeler le professeur pour qu'il contrôle vos réponses et qu'il vous indique la suite.

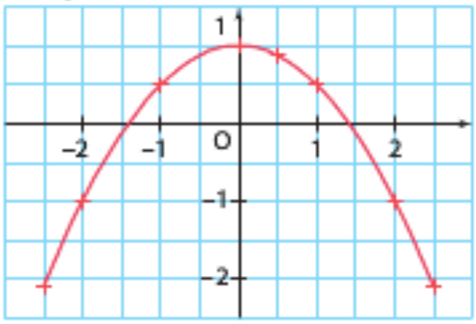
82 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -2x + 3{,}5$$

a) Vérifier que $f(3) = -2{,}5$.

b) Calculer $f(-1)$, $f\left(\frac{7}{2}\right)$ et $f(1{,}3)$.

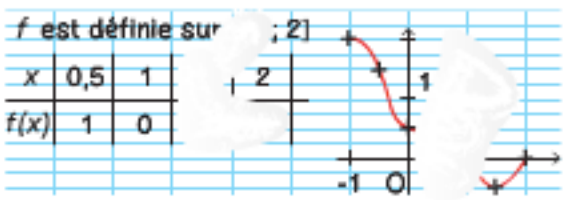
83 f est la fonction définie sur l'intervalle $[-2{,}5\,;2{,}5]$ par la courbe ci-dessous :



Recopier et compléter ce tableau.

x	$-2{,}5$	-2	-1	0	1	2
$f(x)$						

84 Tanguy a renversé du correcteur sur son cahier.



Aider Tanguy à refaire son travail.

AP SOUTIEN :
« Déterminer l’image d’un nombre par une fonction »
CORRECTION

81 L’image de 3 par la fonction f est 2.
L’image de 3 par la fonction g est 48.
En effet, $g(3) = 3 \times (7 - 3)^2 = 3 \times 16 = 48$.
L’image de 3 par la fonction h est -2 puisque le point $(3\,;-2)$ appartient à la courbe représentative de h.

82 Pour tout réel x, $f(x) = -2x + 3{,}5$.
a) Pour calculer $f(3)$, on remplace x par 3 dans la formule. Ce qui donne :
$f(3) = -2 \times 3 + 3{,}5 = -6 + 3{,}5 = -2{,}5$.

b) $f(-1) = -2 \times (-1) + 3{,}5 = 2 + 3{,}5 = 5{,}5$.
$f\left(\frac{7}{2}\right) = -2 \times \frac{7}{2} + 3{,}5 = -7 + 3{,}5 = -3{,}5$.
$f(1{,}3) = -2 \times 1{,}3 + 3{,}5 = -2{,}6 + 3{,}5 = 0{,}9$.

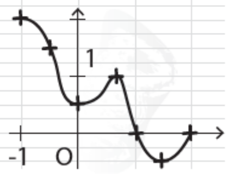
83 On lit les images cherchées sur l’axe des ordonnées. On complète le tableau au fur et à mesure.

x	$-2{,}5$	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	-1	0,5	1	0,5	-1

84 Il s’agit de lire les images manquantes dans le tableau sur la courbe et inversement de compléter la courbe avec les images présentes dans le tableau.
Attention de ne pas oublier l’ensemble de définition…

f est définie sur $[-1\,;2]$

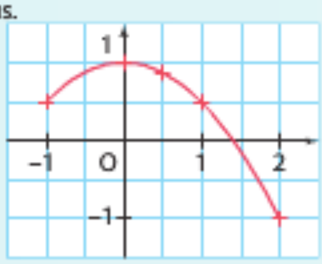
x	0,5	1	1,5	2
$f(x)$	1	0	$-0{,}5$	0



AP SOUTIEN :
« Déterminer des antécédents d'un nombre par une fonction »

85 Exercice test

f est la fonction définie sur l'intervalle $[-1;2]$ par la courbe ci-dessous.



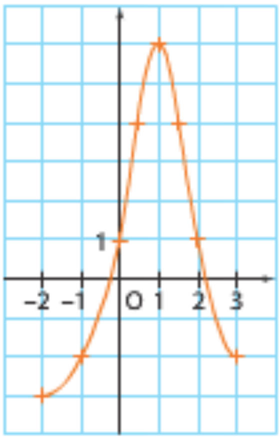
a) Lire les antécédents de 0,5 par f.

b) Combien 0,75 possède-t-il d'antécédents par la fonction f ?

c) Combien $-0,5$ possède-t-il d'antécédents par la fonction f ?

Appeler le professeur pour qu'il contrôle vos réponses et qu'il vous indique la suite.

86 f est la fonction définie sur $[-2;3]$ par la courbe ci-contre.



a) Déterminer les abscisses des points d'ordonnées -2 de la courbe.

b) En déduire les antécédents de -2 par f.

c) Déterminer les antécédents de 1 et 6 par f.

87 g est la fonction définie sur $[0,5;10]$ par :

$$g(x)=\frac{x+1}{x}$$

a) Tracer à l'écran de la calculatrice la courbe représentative de la fonction g.

b) En lisant sur l'écran de sa calculatrice, Corentin affirme : « 0,8 est la solution de l'équation $g(x)=2,3$ ». A-t-il raison ? Expliquer.

88 h est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$h(x)=\frac{x}{2}+x^2$$

a) Vérifier que 3 est un antécédent de 10,5 par h.

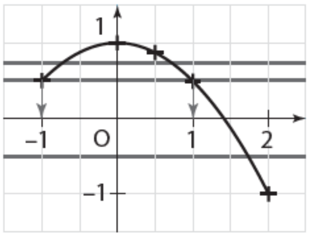
b) Déterminer un antécédent de 0 par h.

c) Tracer la courbe représentative de la fonction h à l'écran de la calculatrice.

d) 0 a-t-il un autre antécédent par h ?

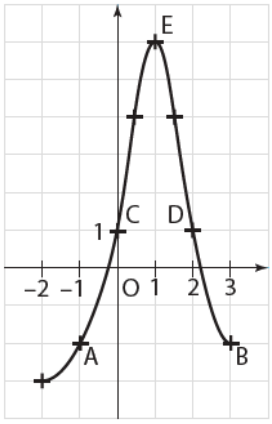
AP SOUTIEN :
« Déterminer des antécédents d'un nombre par une fonction »
CORRECTION

85 **a)** Les antécédents de 0,5 par f sont les abscisses des points de la courbe d'ordonnée 0,5. Les antécédents en question sont – 1 et 1.



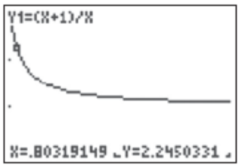
b) 0,75 possède deux antécédents par la fonction f.
c) – 0,5 ne possède qu'un seul antécédent par f.

86 **a)** Les deux points de la courbe d'ordonnée – 2 sont A et B. L'abscisse de A est – 1 et l'abscisse de B est 3.



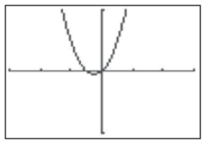
b) Les antécédents de – 2 par f sont donc les deux abscisses relevées en **a)**.
c) Les antécédents de 1 par f sont les abscisses des points C et D, à savoir 0 et 2.
L'antécédent de 6 par f est l'abscisse du point E, à savoir 1.

87 **a)** On règle la fenêtre graphique :
$0{,}5 \leqslant X \leqslant 10$ et $0 \leqslant Y \leqslant 3$.



b) L'affirmation de Corentin est fausse. En effet, on peut calculer l'image de 0,8 par g :
$g(0{,}8) = \dfrac{0{,}8 + 1}{0{,}8} = 2{,}25$.
Donc 0,8 est la solution de l'équation $g(x) = 2{,}25$ mais pas de l'équation $g(x) = 2{,}3$.

88 **a)** 3 est un antécédent de 10,5 par h si, et seulement si, $h(3) = 10{,}5$.
On calcule : $h(3) = \dfrac{3}{2} + 3^2 = 1{,}5 + 9 = 10{,}5$.
b) 0 est un antécédent évident de 0 par la fonction h vu que $h(0) = 0$.
c) Fenêtre graphique :
$-3 \leqslant X \leqslant 3$ et $-1 \leqslant Y \leqslant 1$.

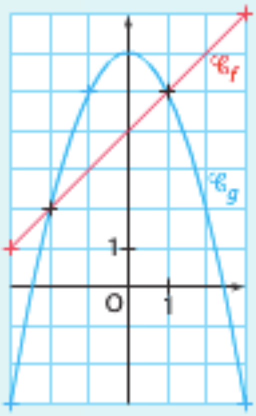


d) La courbe coupe deux fois l'axe des abscisses. 0 semble donc avoir deux antécédents. 0 en est un et – 0,5 semble en être un autre.
On le vérifie par le calcul :
$h(-0{,}5) = \dfrac{-0{,}5}{2} + (-0{,}5)^2 = -0{,}25 + 0{,}25 = 0$
Donc – 0,5 est un autre antécédent de 0 par la fonction h.

AP SOUTIEN :
« Résoudre graphiquement f(x)>k, f(x)>g(x) »

89 **Exercice test**

Les fonctions f et g sont représentées dans le repère ci-contre par les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.



a) Lire l'ensemble de définition des fonctions f et g.

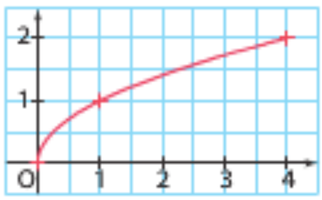
b) Résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) < 5$.

c) Résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$.

d) En déduire l'intervalle sur lequel la courbe $\mathscr{C}_f$ est au-dessous de la courbe $\mathscr{C}_g$

Appeler le professeur pour qu'il contrôle vos réponses et qu'il vous indique la suite.

90 f est la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;4]$ par la courbe dans le repère ci-dessous.



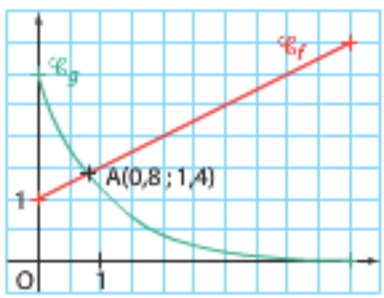
a) Reproduire ce graphique et colorer les points de la courbe dont l'ordonnée est supérieure ou égale à 1.

b) Hachurer sur l'axe des abscisses, les abscisses de tous les points colorés à la question **a)**.

c) En déduire l'ensemble des solutions de $f(x) > 1$.

91 $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0\,;5]$.

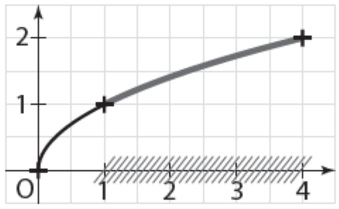
Lire sur ce graphique les solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$.



AP SOUTIEN :
« Résoudre graphiquement f(x)>k, f(x)>g(x) »
CORRECTION

89 **a)** L'ensemble de définition des deux fonctions est l'intervalle $[-3 ; 3]$.
b) $g(x) < 5$ $\mathscr{S} = [-3 ; -1[\cup]1 ; 3]$
c) $f(x) \leqslant g(x)$ $\mathscr{S} = [-2 ; 1]$
d) La courbe $\mathscr{C}_f$ est donc au-dessous de la courbe $\mathscr{C}_g$ sur l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < g(x)$, c'est-à-dire sur $]-2 ; 1[$.

90 **a)** Les points de la courbe dont l'ordonnée est supérieure ou égale à 1 sont repassés en trait épais.

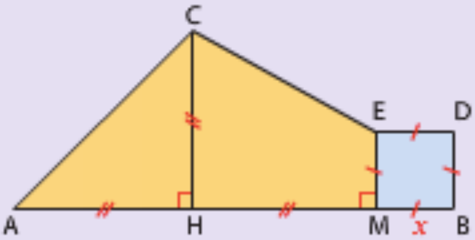


c) L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > 1$ est donc l'intervalle hachurée en **b)**. On lit S = $]1 ; 4]$.
Attention, 1 n'est pas une solution car son image est égale à 1.

91 On utilise l'abscisse du point d'intersection A. On lit donc que l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$ est $[0,8 ; 5]$.

AP APPROFONDISSEMENT :
« Modéliser avec une fonction »

92 [AB] est un segment de longueur 8 cm.
M est un point variable de ce segment et H est le milieu du segment [AM].
C est un point tel que le triangle AHC est rectangle isocèle en H.
D et E sont des points du même côté que C par rapport à (AB) tels que BMED est un carré.

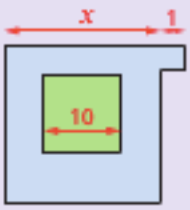


On note x la longueur MB en cm.

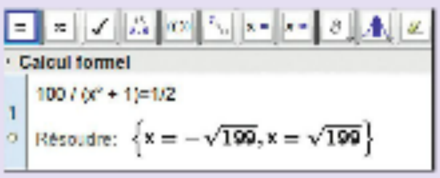
1. a) Préciser à quel intervalle appartient x.
b) Exprimer en fonction de x les aires du carré BMED et du quadrilatère AMEC.

2. On se propose de déterminer la position du point M pour que l'aire du carré BMED soit le double de l'aire du quadrilatère AMEC.
a) Traduire ce problème par une équation.
b) À l'écran de la calculatrice, tracer les courbes représentatives de $x \mapsto x^2$ et $x \mapsto 32 - 4x$.
c) Lire graphiquement la réponse au problème, puis vérifier par le calcul.

93 Un paysagiste établit un projet de bassin composé d'un carré de 1 m de côté accolé à un carré de x mètres de côté, dans lequel se trouve un îlot carré de 10 m de côté.



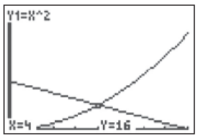
a) Expliquer pourquoi $x \geqslant 10$.
b) Pour cette situation, quelle est la signification de l'affichage ci-dessous ?



AP APPROFONDISSEMENT :
« Modéliser avec une fonction »
CORRECTION

92 **1. a)** M est un point du segment [AB] dont la longueur est 8 cm.
La longueur MB en cm est donc comprise entre 0 et 8.
Donc x appartient à l'intervalle [0 ; 8].
b) MBDE a pour aire (en cm²) x^2.
$AH = HM = HC = (8 - x) \div 2 = 4 - 0{,}5x$.
L'aire du triangle rectangle AHC (en cm²) est donc :
$$\frac{AH \times HC}{2} = \frac{(4 - 0{,}5x)^2}{2}$$
L'aire du trapèze rectangle HMEC (en cm²) est donc :
$$\frac{HM \times (HC + ME)}{2} = \frac{(4 - 0{,}5x)\,(4 - 0{,}5x + x)}{2}$$
$$= \frac{(4 - 0{,}5x)\,(4 + 0{,}5x)}{2}$$
L'aire du quadrilatère AMEC (en cm²) est donc :
$$\frac{(4 - 0{,}5x)^2}{2} + \frac{(4 - 0{,}5x)\,(4 + 0{,}5x)}{2}$$
$$= \frac{(4 - 0{,}5x)\,(4 - 0{,}5x + 4 + 0{,}5x)}{2} = \frac{(4 - 0{,}5x) \times 8}{2}$$
$$= 16 - 2x$$

2. a) L'aire du carré MBDE est le double de l'aire du quadrilatère AMEC si, et seulement si, x est solution de l'équation $x^2 = 2 \times (16 - 2x)$.
b) Fenêtre graphique :
$0 \leqslant X \leqslant 8$ et $0 \leqslant Y \leqslant 80$.



c) On lit graphiquement que 4 est solution de l'équation $x^2 = 32 - 4x$.
On vérifie par le calcul : $4^2 = 16$ et $32 - 4 \times 4 = 16$.
Conclusion : si M est au milieu du segment [AB], alors le carré MBDE a une aire double de celle du quadrilatère AMEC.

93 **a)** La partie du bassin de côté x doit contenir un carré (l'îlot) de côté 10. Nécessairement, $x \geqslant 10$, c'est-à-dire $x \in [10 ; +\infty[$.
b) L'égalité $\frac{100}{x^2 + 1} = \frac{1}{2}$ signifie que l'aire de l'îlot est exactement la moitié de l'aire totale du bassin. Le logiciel de calcul formel trouve deux solutions réelles, mais $-\sqrt{199}$ est à écarter puisque $x \geqslant 10$.
On vérifie facilement que pour $x = \sqrt{199}$, l'aire du bassin est 200, soit le double de l'aire de l'îlot.